

Pedro Velarde

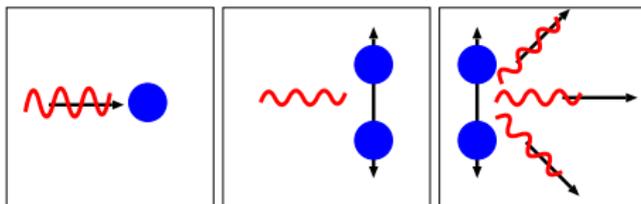
Departamento de Ingeniería Energética  
Instituto de Fusión Nuclear  
Universidad Politécnica de Madrid

8 de febrero de 2019



# Dispersión de Rayos X

- ▶ La interacción de radiación de alta frecuencia -por ejemplo rayos X- permite mostrar con claridad el comportamiento corpuscular de la radiación electromagnética.
- ▶ Los rayos X fueron descubiertos en 1895 por W. K. Roengten.
- ▶ En 1909, C. G. Barkla estudió la dispersión de los Rayos X por varios materiales, interpretando los resultados con la teoría clásica desarrollada por Thomson en 1900



- ▶ La teoría de J. J. Thomson predecía que la longitud de onda de la radiación dispersada era la misma que la incidente. Problemas con la medida de la longitud de onda de rayos X de alta energía impidieron ver las discrepancias entre la teoría y experimento.



## Teoría de Thomson

- ▶ En la teoría de Thomson, llamada de dispersión coherente, el campo eléctrico de la radiación incidente lleva a movimiento oscilante al electrón.

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{e}{m} E_0 \cos \omega t$$

- ▶ El electrón emite radiación al realizar dicho movimiento oscilatorio, y de la misma frecuencia que la incidente pero ahora en todas direcciones.
- ▶ El resultado es la emisión de radiación con simetría en el plano perpendicular al de incidencia ( $\theta \leftrightarrow \pi - \theta$ )
- ▶ La sección eficaz de dispersión se puede calcular fácilmente y es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

con  $r_0 = e^2/m_e/c^2 = 2,818 \times 10^{-13}$  cm, y  $\theta$  el ángulo de dispersión.

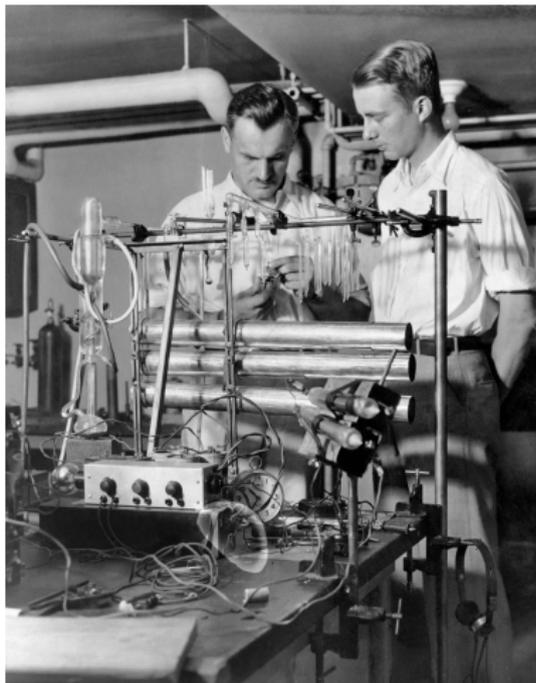
- ▶ El valor integrado en el ángulo ( $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ ) es la sección eficaz total (por electrón)

$$\int_{4\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6,65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

demasiado alta para energía mayores de 100 keV.



- ▶ Arthur Compton y su alumno recién graduado Luis Álvarez en 1933



► Artículo original de Compton en 1923

Second Series

May, 1923

Vol. 21, No. 5

THE  
PHYSICAL REVIEW

A QUANTUM THEORY OF THE SCATTERING OF X-RAYS  
BY LIGHT ELEMENTS

BY ARTHUR H. COMPTON

ABSTRACT

**A quantum theory of the scattering of X-rays and  $\gamma$ -rays by light elements.**

The hypothesis is suggested that when an X-ray quantum is scattered it spends all of its energy and momentum upon some particular electron. This electron in turn scatters the ray in some definite direction. The change in momentum of the X-ray quantum due to the change in its direction of propagation results in a recoil of the scattering electron. The energy in the scattered quantum is thus less than the energy in the primary quantum by the kinetic energy of recoil of the scattering electron. The corresponding increase in the wave-length of the scattered beam is  $\lambda_0 - \lambda_1 = (2h/mc) \sin^2 \frac{1}{2} \theta = 0.0243 \sin^2 \frac{1}{2} \theta$ , where  $h$  is the Planck constant,  $m$  is the mass of the scattering electron,  $c$  is the velocity of light, and  $\theta$  is the angle between the incident and the scattered ray. Hence the increase is independent of the wave-length. The distribution of the scattered radiation is found, by an indirect and not quite rigid method, to be concentrated in the forward direction according to a definite law (Eq. 27). The total energy removed from the primary beam comes out less than that given by the classical Thomson theory in the ratio  $1/(1 + 2a)$ , where  $a = h/mc\lambda_0 = 0.0027\lambda_0$ . Of this energy a fraction  $(1 + a)/(1 + 2a)$  reappears as scattered radiation, while the remainder is truly absorbed and transformed into kinetic energy of recoil of the scattering electrons. Hence, if  $\sigma_0$  is the scattering absorption coefficient according to the classical theory, the coefficient according to this theory is  $\sigma = \sigma_0/(1 + 2a) = \sigma_s + \sigma_a$ , where  $\sigma_s$  is the true scattering coefficient  $[1 + a/(1 + 2a)]$ , and  $\sigma_a$  is the coefficient of absorption due to scattering  $[a/(1 + 2a)]$ . Unpublished experimental results are given which show that for graphite and the Mo-K radiation the scattered radiation is longer than the primary, the observed difference ( $\lambda_{0,1} - \lambda_0 = .022$ ) being close to the computed value .024. In the case of scattered  $\gamma$ -rays, the wave-length has been found to vary with  $\theta$  in agreement with the theory, increasing from .022 Å (primary) to .068 Å ( $\theta = 125^\circ$ ). Also the velocity of secondary  $\beta$ -rays excited in light elements by  $\gamma$ -rays agrees with the suggestion that they are recoil electrons. As for the predicted variation of absorption with  $\lambda$ , Hewlett's results for carbon for wave-lengths below 0.5 Å are in excellent agreement with this theory; also the predicted concentration in the forward direction is shown to be in agreement with the experimental results,



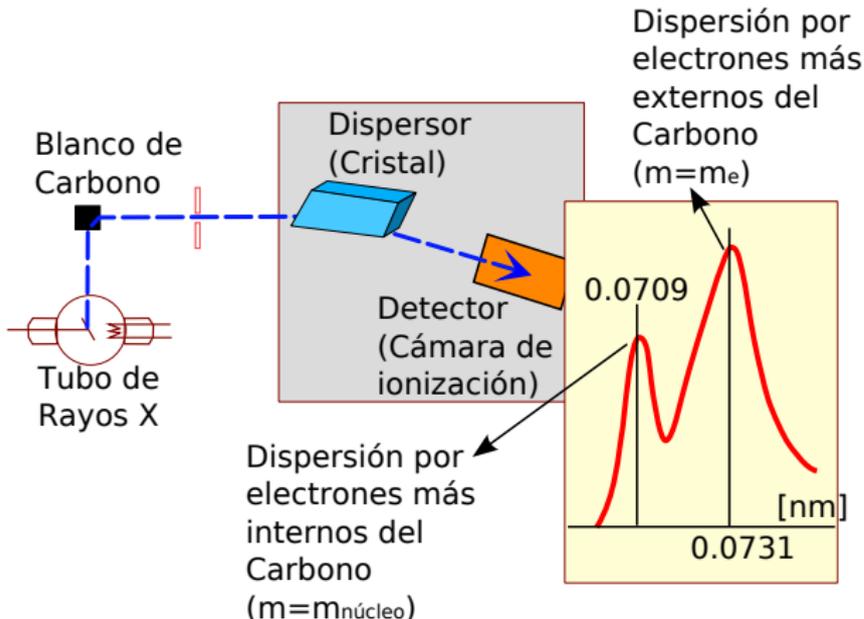
# Principio de funcionamiento

- ▶ En 1923 llevó a cabo la medida precisa de la dispersión de radiación X casi monocromática por un blanco de grafito.
- ▶ Compton pudo medir las longitudes de onda de los fotones debido a los trabajos anteriores de M. von Laue (1912) y W. L. Bragg sobre la medida de  $\lambda$  por difracción por cristales.
- ▶ Las medidas de ángulo de dispersión  $\theta$  y longitud de onda ( $\lambda$ ) permitieron descubrir que  $\lambda$  de los fotones dispersados estaba desplazada con respecto a la  $\lambda_0$  de los fotones incidentes por una cantidad proporcional  $\text{sen}^2(\theta/2)$ .

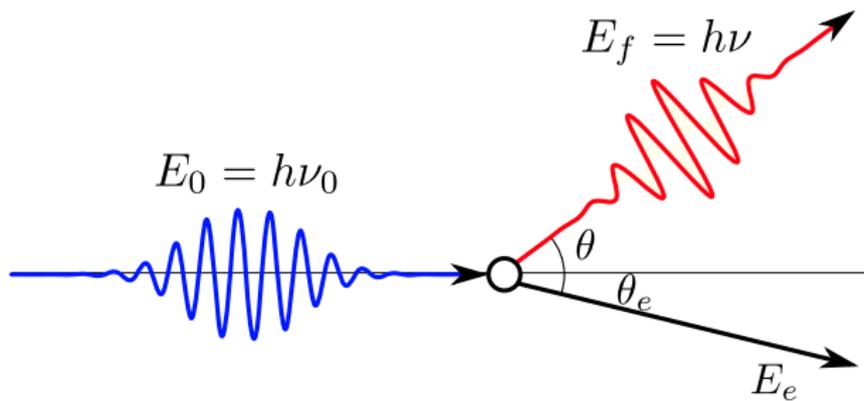


# Resultados

- ▶ Rotando el sistema formado por el centro dispersor (Cristal de calcita) y el detector (cámara de ionización) se puede medir la intensidad vs.  $\lambda$  para distintos ángulos  $\theta$ .

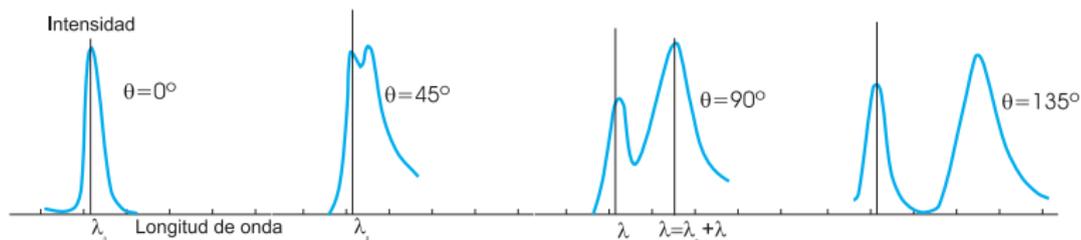


# Diagrama de la disoersión



# Resultados

- ▶ Variación de la intensidad de los rayos X dispersados en función de su longitud de onda  $\lambda$ , siendo  $\lambda_0$  la longitud de onda de la radiación X incidente
- ▶ El pico a la izquierda tiene la misma longitud de onda que la radiación incidente, y es debido a la dispersión Rayleigh.



## Explicación del efecto Compton

- ▶ La conservación de la cantidad de movimiento y energía en el choque de un fotón de longitud de onda  $\lambda_0$  y un electrón libre en reposo, permiten obtener el desplazamiento en  $\lambda$  con respecto a  $\theta$ .

Cantidad de movimiento del fotón	$p_f = E_f/c = h/\lambda$
Energía total del electrón	$E_e^2 = m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2$
Conservación de la CM	$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_f$
Conservación de la Energía	$E_0 + m_e c^2 = E_f + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}$

- ▶ El resultado es  $\lambda_f - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2(\theta/2)$ , siendo  $\lambda_c = h/m_e c = 2,43$  pm, llamada longitud de Compton.
- ▶ El resto de magnitudes son  $\cot \theta_e = \left(1 + \frac{E_0}{m_e c^2}\right) \tan \frac{\theta}{2}$
- ▶ La energía del electrón emergente es  $E_e = E_0 - E_f = \frac{E_0^2(1 - \cos \theta)}{m_e c^2 + E_0(1 - \cos \theta)}$
- ▶ Más difícil es calcular la distribución de intensidades resultante.



# Resultados originales

Resultados originales del artículo de Compton (Phys. Rev. 1923)

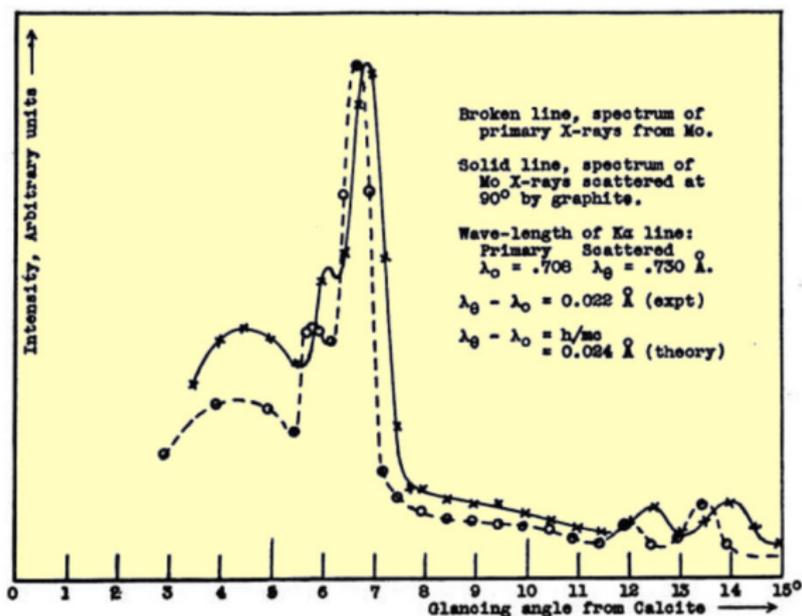


Fig. 4. Spectrum of molybdenum X-rays scattered by graphite, compared with the spectrum of the primary X-rays, showing an increase in wave-length on scattering.

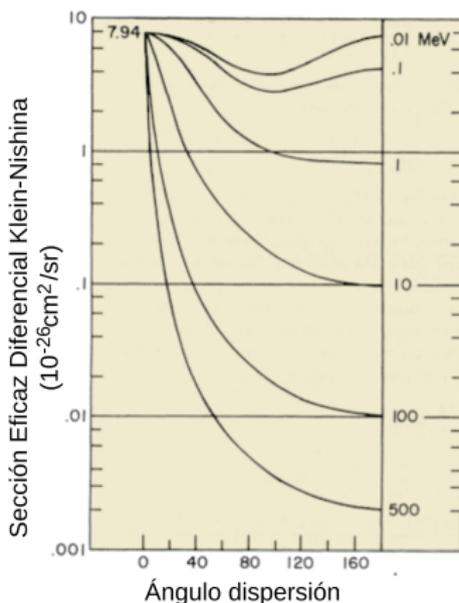


## Sección eficaz

- El cálculo de la sección eficaz del proceso fue realizado por Klein y Nishina, dando

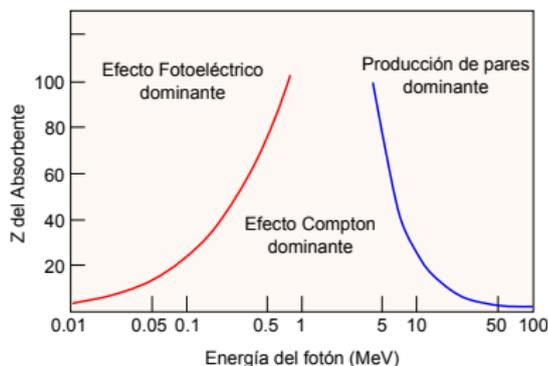
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left( \frac{E_f}{E_0} \right)^2 \left( \frac{E_f}{E_0} + \frac{E_0}{E_f} - \sin^2 \theta \right)$$

que decae como  $\frac{1}{E_0}$  a altas energías del fotón incidente



# El efecto Compton y fotoeléctrico

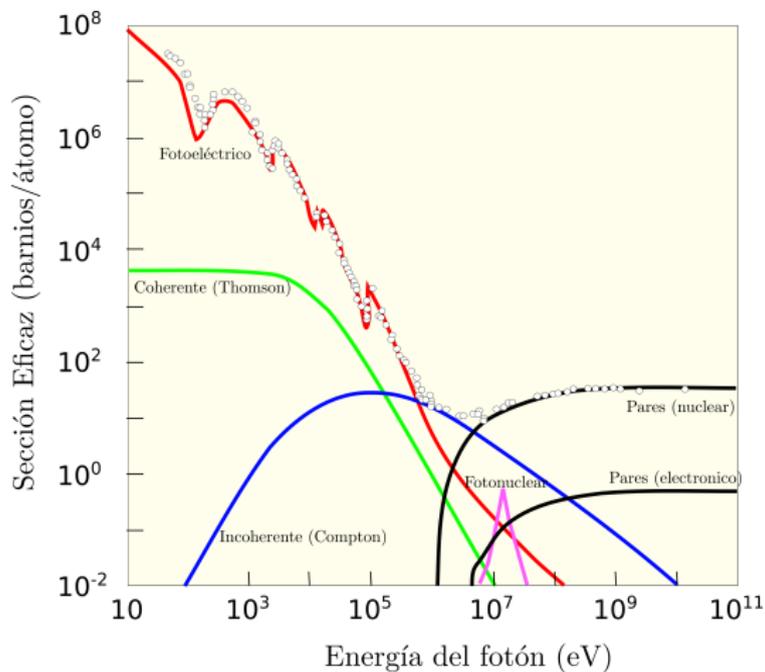
- ▶ En los casos de interacción de radiación X y  $\gamma$  con la materia, el efecto Compton compete con el fotoeléctrico y la producción de pares.



- ▶ La importancia de cada efecto depende de la energía de la radiación y de el número de electrones que intervienen (Z).

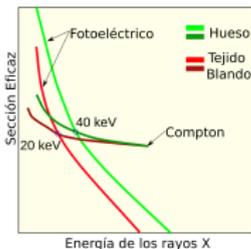


# Interacción de la radiación X con la materia



## El efecto Compton en medicina

- ▶ En el caso del cuerpo humano, dependiendo de la energía de la radiación (>10 keV) y de los tejidos sobre los que incide, domina un efecto u otro.
- ▶ Entre 100 keV y 10 MeV y en aplicaciones médicas, la absorción de rayos X es debida principalmente al efecto Compton.
- ▶ La producción de pares y fotodesintegración son importantes para radioterapia.



## Resumen de interacción fotone-materia

	Energía	Número Atómico	Dens Elec	Dens	Rango	Utilidad
Rayleigh	$1/E^2$	$Z^2$	NO	$\rho$	< 20 keV	Diagnóstico
Fotoeléctrico	$1/E^3$	$Z^4$	NO	$\rho$	< 100 keV	Diagnóstico
Compton	$1/E$	$Z$	$N_e$	$\rho$	0,1 a 10 MeV	Diagnóstico
Producción de pares	$E$	$Z^2$	NO	$\rho$	> 10 MeV	Tratamiento



# La Ventana del agua: Imagen 3D en rayos X

- Los láseres de rayos X tratan de llegar a la energía de los fotones en llamada *ventana del agua* de 2.34 a 4.37 nm (285–532 eV).

